



Gib $t(x) = y = mx + b$ an.
 $v4 - \text{Stroick} - \text{stroick.net}$

- ### Tangente an Graphen
- Gegeben:** Funktion f und die Stelle x_0 des Berührungspunktes
- Bestimme Berührungspunkt**
Berechne $f(x_0)$, um die y-Koordinate des Berührungspunktes P zu bestimmen.
Somit gilt: $P(x_0 | f(x_0))$ liegt auf d. Graphen von f
 - Bestimme Steigung der T.**
Es gilt: $m = f'(x_0)$
Berechne also $f'(x)$ und setze x_0 in f' ein.
 - Bestimme y-Achsenabschnitt**
Setze den Wert für m und den Berührungspunkt in $y = mx + b$ ein und löse nach b auf.
 - Gib Tangentengleichung an**
Gib $t(x) = y = mx + b$ an.

- ### Globalverhalten
- Definition:** Ganzrationale Funktion von Grad n
- $$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$
- Leitkoeffizient (in a yellow bubble)
absolutes Glied (in a yellow bubble)
- Der Graph verläuft im Unendlichen, also für $x \rightarrow +/\infty$, wie der Graph der Potenzfunktion $p(x) = a_n x^n$.
- Achtung:** Auf das Vorzeichen von a_n achten!
- Der Graph verläuft nahe $x = 0$ wie der Graph der Geraden $g(x) = a_1 x + a_0$.
- Achtung:** Auf das Vorzeichen von a_1 achten!
- ### Verhalten im Unendlichen
- Der Graph verläuft im Unendlichen, also für $x \rightarrow +/\infty$, wie der Graph der Potenzfunktion $p(x) = a_n x^n$.
- Achtung:** Auf das Vorzeichen von a_n achten!
- Wenn für alle x aus einem Intervall I gilt, dann ist f **streng monoton steigend** in diesem Intervall (bei „ \geq “: keine strenge Monotonie).
- Wenn für alle x aus einem Intervall I gilt, dann ist f **streng monoton fallend** in diesem Intervall (bei „ \leq “: keine strenge Monotonie).
- Wenn für alle x_1, x_2 mit $x_1 < x_2$ folgt, ...
- ### Monotonie
- Wenn für alle x_1, x_2 mit $x_1 < x_2$ folgt, ...
- ...dass $f(x_1) < f(x_2)$ gilt, dann heißt f **streng monoton steigend** in diesem Intervall (bei „ \geq “: keine strenge Monotonie).
- ...dass $f(x_1) > f(x_2)$ gilt, dann heißt f **streng monoton fallend** in diesem Intervall (bei „ \leq “: keine strenge Monotonie).
- Wenn für alle x aus einem Intervall I gilt, dann ist f **streng monoton steigend** auf dem Intervall I .
- Wenn für alle x aus einem Intervall I gilt, dann ist f **streng monoton fallend** auf dem Intervall I .

Nullstellen

$f(x) = 0$

Erklärung:
Gesucht sind die x-Stellen, an denen die Funktionswerte den Wert 0 annehmen, der Graph also die x-Achse schneidet.

Verfahren:

- Faktorisieren (x ausklammern)
- pq-Formel für quadratische Gleichungen
- Substitution für biquadratische Gleichungen
- Verfahren kombinieren bzw. GTR nutzen

y-Achsenabschnitt

Berechne $f(0)$
Es gilt: $f(0) = a_0$ (= absolutes Glied)

Erklärung:
Gesucht ist die Stelle auf der y-Achse an dem der Graph von f die y-Achse schneidet.

Symmetrie

1. Achsensymmetrie zur y-Achse

$f(x) = f(-x)$

Sind alle Exponenten von x in der Funktionsvorschrift von f **gerade**, so ist der Graph von f achsensymmetrisch zur y-Achse.

Beispiel: $f(x) = -4x^6 + 6x^4 + 3x^2 + 2$

2. Punktsymmetrie zum Ursprung

$-f(x) = f(-x)$

Sind alle Exponenten von x in der Funktionsvorschrift von f **ungerade**, so ist der Graph von f punktsymmetrisch zum Ursprung.

Beispiel: $f(x) = 4x^7 + 6x^5 + 3x$

Lokale Extrema

1. notwendiges Kriterium

$f'(x_0) = 0$

(x_0 – also die Nullstellen der 1. Ableitung – bezeichnet man als **kritische Stellen**)

2. hinreichendes Kriterium

$f'(x_0) = 0$ und VZW in der ersten Ableitung an den kritischen Stellen

VZW: Setze Stellen links und rechts neben einer kritischen Stelle in f' ein – dabei darauf achten, dass keine kritische Stelle übersprungen wird!

VZW:

+ nach -	=	Hochpunkt bei x_0
- nach +	=	Tiefpunkt bei x_0
+ nach +	=	Sattelpunkt bei x_0
- nach -	=	Sattelpunkt bei x_0

Globale Extrema

Ein Extremum an der Stelle x_0 ist dann **global**, wenn für alle x aus dem Definitionsbereich gilt, dass...

... $f(x) \leq f(x_0)$ gilt
(dann: **globales Maximum** bei x_0)

...oder $f(x) \geq f(x_0)$ gilt
(dann: **globales Minimum** bei x_0)

Vorsicht: Sind Funktionen abschnittsweise definiert (also bspw. auf dem Intervall $[6, 12]$, d. h. für $6 \leq x \leq 12$), dann muss bei der Hoch- und Tiefpunktberechnung eine **Randwertuntersuchung** durchgeführt werden.

(Globale) Extrema können am Rand liegen!